Elektrisches Feld und Kondensator – Expertenaufgaben

Zusatzaufgaben für Schnelle: Transfer, Bewerten, Knobeln und Forschen

Diese Aufgaben sind Zusatzaufgaben für besonders schnelle und starke Schüler, die mit dem Basis-Arbeitsblatt fertig sind. Sie sind deutlich anspruchsvoller: Du musst dein Wissen in neuen Situationen anwenden, Ergebnisse begründen und bewerten und teilweise selbst Lösungswege finden. Gib bei Rechnungen immer den Rechenweg an. Angaben: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; Elektronenmasse $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $g = 9{,}81$ m/s². Grundfall wie im Basis-Arbeitsblatt: quadratische Platten (Seitenlänge 10 cm, $A = 0{,}010$ m²), $d = 2{,}0$ mm, $U = 400$ V. Du darfst die Aufgaben in beliebiger Reihenfolge bearbeiten.

1 Elektron im Querfeld: Ein Elektron fliegt mit $v_0 = 2{,}0 \cdot 10^7$ m/s genau in der Mitte zwischen den Platten und parallel zu ihnen in den Kondensator (Grundfall, Plattenlänge 10 cm) ein. a) Berechne die Beschleunigung des Elektrons und begründe, warum die Gewichtskraft vernachlässigt werden darf. b) Zeige rechnerisch, dass das Elektron eine Platte trifft, und bestimme, nach welcher Strecke in Flugrichtung das geschieht. c) Bis zu welcher Spannung U würde das Elektron den Kondensator noch gerade verlassen können?

2 Millikan-Versuch: Ein geladenes Öltröpfchen (Radius r = 1,0 µm, Dichte 900 kg/m³) schwebt im Kondensator (d = 2,0 mm) bei U = 231 V ruhig. (Der Auftrieb in Luft wird vernachlässigt.) a) Bestimme die Ladung des Tröpfchens und die Anzahl der Elementarladungen. b) Die obere Platte ist positiv. Welches Vorzeichen hat die Ladung des Tröpfchens? Begründe. c) Erkläre, warum Millikans Messungen an vielen Tröpfchen die Quantelung der Ladung belegen.

3 Energiedichte des Feldes: a) Zeige allgemein, dass für den Plattenkondensator die Energie pro Volumen im Feld $w = W/V = \frac{1}{2}\cdot\varepsilon_0\cdot E^2$ beträgt ($V = A\cdot d$). b) Berechne w für den Grundfall und überprüfe das Ergebnis mit den Werten $W \approx 3{,}5$ µJ und $V = A\cdot d$. c) Luft hält höchstens etwa $E = 3\cdot10^6$ V/m aus, danach springen Funken über. Berechne die maximal speicherbare Energiedichte in Luft und vergleiche sie mit Benzin (34 MJ pro Liter = $3{,}4\cdot10^{10}$ J/m³).

4 Kraft zwischen den Platten: a) Berechne für den geladenen, von der Quelle getrennten Kondensator (Grundfall, Q = 17,7 nC) die Kraft, mit der sich die Platten anziehen. Hinweis: Eine Platte befindet sich im Feld der anderen, das nur die halbe Feldstärke E/2 hat. b) Überprüfe das Ergebnis über die Energie: Bei konstanter Ladung gilt $W(d) = Q^2 \cdot d/(2 \cdot \varepsilon_0 \cdot A)$. Bestimme daraus die Kraft $F = \Delta W/\Delta d$. c) Wie ändert sich die Kraft bei konstanter Ladung, wenn man den Abstand verdoppelt? Begründe.

5 Dielektrikum, zwei Fälle im Vergleich: Der Grundkondensator (W = 3,54 µJ, Q = 17,7 nC, U = 400 V) wird vollständig mit einem Dielektrikum ($\varepsilon_r = 100$) gefüllt. Fall A: Der Kondensator ist von der Quelle getrennt (Q konstant). Fall B: Er bleibt an der Quelle (U konstant). a) Berechne für beide Fälle die neue Spannung bzw. Ladung und die neue gespeicherte Energie. b) Im Fall A verringert sich die Feldenergie. Wohin ist die Energie gegangen? c) Im Fall B nimmt die Quelle die Ladung ΔQ auf den Platten auf. Zeige, dass die Quelle dabei doppelt so viel Energie liefert, wie im Kondensator zusätzlich gespeichert wird. Was geschieht mit der anderen Hälfte?

6 Das Rätsel der verschwundenen Energie: Ein Kondensator $C_1 = 4{,}0\ \mu F$ wird auf $U_1 = 100\ V$ geladen und von der Quelle getrennt. Dann wird er mit einem ungeladenen Kondensator $C_2 = 6{,}0\ \mu F$ parallel geschaltet. a) Berechne die gemeinsame Spannung und die Ladung auf jedem Kondensator. b) Berechne die Energie vor und nach dem Zusammenschalten. c) Erkläre, wohin die Energiedifferenz verschwindet. Spielt der Widerstand der Verbindungsleitung dafür eine Rolle?

7 Reihenschaltung mit Durchschlagsspannungen: Zwei Kondensatoren $C_1 = 4{,}0\ \mu F$ (höchstens 200 V) und $C_2 = 6{,}0\ \mu F$ (höchstens 150 V) werden in Reihe geschaltet. a) Wie verteilt sich eine Gesamtspannung von 300 V auf die beiden Kondensatoren? b) Wie groß darf die Gesamtspannung höchstens werden, ohne dass ein Kondensator durchschlägt? Welcher Kondensator ist der begrenzende? c) Überlege, warum man in der Praxis oft Widerstände parallel zu in Reihe geschalteten Kondensatoren legt.

8 Blitzgerät: Ein Kamerablitz nutzt einen Kondensator mit C = 100 µF, der auf 300 V geladen wird. a) Berechne die gespeicherte Energie. b) Der Blitz entlädt den Kondensator praktisch vollständig in 1,0 ms. Berechne die mittlere Leistung und vergleiche sie mit der Leistung einer Batterie (z. B. 2 Mignonzellen, E ≈ 20 kJ, die Entladung dauere 10 h). c) Erkläre damit, warum man Kondensatoren trotz geringer Energie hier einsetzt.

9 Forscheraufgabe: Entwirf ein Schulexperiment, mit dem du die Abhängigkeit der Kapazität eines Plattenkondensators vom Plattenabstand C ~ 1/d nachweisen kannst. Beschreibe Aufbau, Messgrößen, Durchführung und Auswertung. Nenne mindestens zwei Fehlerquellen und wie du sie verringern kannst.

10 Knobelrunde: Entscheide, ob die Aussagen richtig oder falsch sind. Überlege dir jeweils eine kurze Begründung.

	richtig	falsch
Verdoppelt man die Spannung an einem Kondensator (Plattenabstand unverändert), so vervierfacht sich die gespeicherte Energie.	☐	☐
Bei zwei in Reihe geschalteten Kondensatoren liegt an dem mit der kleineren Kapazität die größere Spannung an.	☐	☐
Verbindet man zwei Kondensatoren mit unterschiedlicher Spannung parallel, so bleibt die gesamte elektrische Energie erhalten.	☐	☐
Bei konstanter Spannung nimmt die Anziehungskraft zwischen den Platten eines Plattenkondensators zu, wenn man den Plattenabstand vergrößert.	☐	☐
Bei konstanter Ladung ist die Anziehungskraft zwischen den Platten eines idealen Plattenkondensators unabhängig vom Plattenabstand.	☐	☐
Ein Kondensator, der an der Quelle bleibt, speichert nach dem Einbringen eines Dielektrikums mehr Energie als vorher.	☐	☐

11 Veränderungen am Kondensator: Ordne jeder Maßnahme die richtige Folge für die Spannung bzw. Ladung bzw. Feldstärke und die gespeicherte Energie W zu.

1. Plattenabstand verdoppeln, Ladung Q bleibt konstant	____	A) U halbiert sich, W halbiert sich
2. Plattenabstand verdoppeln, Spannung U bleibt konstant	____	B) E verdoppelt sich, W vervierfacht sich
3. Dielektrikum ($\varepsilon_r = 2$) einschieben, Ladung Q bleibt konstant	____	C) Q halbiert sich, W halbiert sich
4. Dielektrikum ($\varepsilon_r = 2$) einschieben, Spannung U bleibt konstant	____	D) U verdoppelt sich, W verdoppelt sich
5. Spannung verdoppeln, Plattenabstand bleibt gleich	____	E) Q verdoppelt sich, W verdoppelt sich

Lösungen

Elektrisches Feld und Kondensator – Expertenaufgaben · Physik · Klasse 13

Für dich als Lehrkraft: leichtere Fassung in einer Minute

QR scannen oder lehreule.de/anpassen/elektrisches-feld-und-kondensator-klasse-13 öffnen: kostenloses Konto, dann schreibt Lehreule die leichtere Fassung mit Hilfen — oder Zusatzaufgaben für Schnelle, eine Word-Datei, einen QR-Code für die Klasse.

Aufgabe 1: a) Die Kraft ist $F = e \cdot E = 3{,}2 \cdot 10^{-14}$ N, also $a = F/m_e = 3{,}2 \cdot 10^{-14}$ N / $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg ≈ $3{,}5 \cdot 10^{16}$ m/s². Die Gewichtskraft beträgt nur $F_G = m_e \cdot g \approx 8{,}9 \cdot 10^{-30}$ N, also etwa 10^{-16} der elektrischen Kraft, und ist daher völlig vernachlässigbar. b) In Flugrichtung bewegt sich das Elektron gleichförmig ($x = v_0 \cdot t$), senkrecht dazu gleichmäßig beschleunigt ($y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$). Die Bahn ist eine Parabel: $y = a \cdot x^2/(2 \cdot v_0^2)$. Die Platte wird erreicht, wenn $y = d/2 = 1{,}0$ mm. Dann gilt $t = \sqrt{(2y/a)} = \sqrt{(2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{m} / 3{,}5 \cdot 10^{16}\ \text{m/s}^2)} \approx 2{,}4 \cdot 10^{-10}$ s und $x = v_0 \cdot t \approx 2{,}0 \cdot 10^7$ m/s · $2{,}4 \cdot 10^{-10}$ s ≈ 4,8 mm. Das ist viel weniger als die Plattenlänge von 10 cm, das Elektron trifft also nach etwa 5 mm die positive Platte. (Zum Vergleich: Ohne Platte wäre die Ablenkung nach 10 cm rund 0,44 m.) c) Bedingung: $y(l) \le d/2$ mit $y(l) = \frac{1}{2} \cdot (e \cdot U/(m_e \cdot d)) \cdot (l/v_0)^2$. Auflösen: $U \le m_e \cdot d^2 \cdot v_0^2/(e \cdot l^2) = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg · $(2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{m})^2 \cdot (2{,}0 \cdot 10^7\ \text{m/s})^2 / (1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot (0{,}10\ \text{m})^2) \approx 0{,}91$ V. Schon unter etwa 0,9 V verlässt das Elektron den Kondensator.

Aufgabe 2: a) Masse: $m = \rho \cdot V = 900\ \text{kg/m}^3 \cdot (4/3) \cdot \pi \cdot (1{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{m})^3 \approx 3{,}77 \cdot 10^{-15}$ kg. Gewichtskraft: $F_G = m \cdot g \approx 3{,}70 \cdot 10^{-14}$ N. Im Schwebezustand gilt $q \cdot E = m \cdot g$ mit $E = U/d = 231\ \text{V} / 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 1{,}155 \cdot 10^5$ V/m. Also $q = m \cdot g/E \approx 3{,}70 \cdot 10^{-14}\ \text{N} / 1{,}155 \cdot 10^5\ \text{V/m} \approx 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C. Das sind $q/e = 2$ Elementarladungen. b) Die elektrische Kraft muss nach oben zeigen (gegen die Gewichtskraft). Das Feld zeigt von der positiven oberen zur negativen unteren Platte, also nach unten. Die Kraft zeigt entgegen der Feldrichtung, daher ist das Tröpfchen negativ geladen. c) Bestimmt man für viele Tröpfchen die Ladungen, so ergeben sich immer ganzzahlige Vielfache derselben kleinsten Ladung e. Es treten keine Zwischenwerte auf. Das zeigt, dass elektrische Ladung nicht beliebig teilbar, sondern gequantelt ist.

Aufgabe 3: a) Es gilt $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ mit $C = \varepsilon_0 \cdot A/d$ und $U = E \cdot d$. Einsetzen: $W = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_0 \cdot A/d) \cdot E^2 \cdot d^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot (A \cdot d) = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot V$. Also $w = W/V = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2$. Die Energie steckt im Feld selbst und hängt nur von der Feldstärke ab. b) $w = \frac{1}{2} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m} \cdot (2{,}0 \cdot 10^5\ \text{V/m})^2 \approx 0{,}177\ \text{J/m}^3$. Kontrolle: $V = 0{,}010\ \text{m}^2 \cdot 0{,}0020\ \text{m} = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3$, $W/V = 3{,}54 \cdot 10^{-6}\ \text{J} / 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3 \approx 0{,}177\ \text{J/m}^3$. ✓ c) $w_{max} = \frac{1}{2} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot (3 \cdot 10^6)^2 \approx 40\ \text{J/m}^3$. Verhältnis zu Benzin: $3{,}4 \cdot 10^{10}\ \text{J/m}^3 / 40\ \text{J/m}^3 \approx 8{,}5 \cdot 10^8$. Benzin speichert also rund eine Milliarde Mal mehr Energie pro Volumen. Mit einem Dielektrikum mit hoher Durchschlagsfeldstärke und großem ε_r lässt sich die Energiedichte erhöhen ($w = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E^2$), sie bleibt aber weit unter chemischen Speichern.

Aufgabe 4: a) Das Feld zwischen den Platten ($E = 2{,}0 \cdot 10^5$ V/m) ist die Überlagerung der Felder beider Platten, jede Platte erzeugt nur E/2. Die Kraft auf eine Platte ist daher $F = Q \cdot E/2 = 1{,}77 \cdot 10^{-8}\ \text{C} \cdot 2{,}0 \cdot 10^5\ \text{V/m} / 2 \approx 1{,}8 \cdot 10^{-3}$ N. b) W wächst linear mit d, daher ist $F = \Delta W/\Delta d = Q^2/(2 \cdot \varepsilon_0 \cdot A) = (1{,}77 \cdot 10^{-8}\ \text{C})^2 / (2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m} \cdot 0{,}010\ \text{m}^2) \approx 3{,}13 \cdot 10^{-16} / 1{,}77 \cdot 10^{-13}\ \text{N} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-3}$ N. Beide Wege stimmen überein. Die beim Auseinanderziehen verrichtete Arbeit $F \cdot \Delta d$ erhöht die Feldenergie. c) Die Kraft $F = Q^2/(2 \cdot \varepsilon_0 \cdot A)$ enthält den Abstand d nicht. Bei konstanter Ladung bleibt die Kraft daher gleich. Der Grund: Bei konstanter Ladung und damit konstanter Flächenladungsdichte bleibt E unverändert, und damit auch die Kraft $Q \cdot E/2$.

Aufgabe 5: a) Fall A (Q konstant): C' = 100·C, also U' = Q/C' = 400 V / 100 = 4,0 V; W' = Q²/(2C') = W/100 ≈ 35 nJ. Fall B (U konstant): Q' = 100·Q ≈ 1,77 µC; W' = ½·C'·U² = 100·W ≈ 354 µJ. b) Im Fall A ist die Energie nicht verschwunden. Das Dielektrikum wird in das Feld hineingezogen (Kraft auf das polarisierbare Material). Die Feldenergie wird dabei in kinetische Energie des Dielektrikums umgewandelt. Beim langsamen, kontrollierten Einschieben wird die Energie als mechanische Arbeit nach außen abgegeben oder durch Reibung zu Wärme. c) Die Quelle verschiebt die zusätzliche Ladung ΔQ = Q' − Q = 99·Q gegen die Spannung U und liefert dabei E_Quelle = ΔQ·U = 99·Q·U = 198·W (wegen W = ½·Q·U). Im Kondensator steigt die Energie nur um ΔW = 100·W − W = 99·W, also die Hälfte. Die andere Hälfte (99·W) wird in mechanische Arbeit am Dielektrikum (Hineinziehen) und Wärme umgewandelt.

Aufgabe 6: a) Gesamtladung: Q = $C_1 \cdot U_1$ = 4,0 µF · 100 V = 400 µC (bleibt erhalten). Gesamtkapazität parallel: C = C_1 + C_2 = 10 µF. Gemeinsame Spannung U = Q/C = 400 µC / 10 µF = 40 V. Ladungen: Q_1 = 4,0 µF·40 V = 160 µC, Q_2 = 6,0 µF·40 V = 240 µC (Summe 400 µC ✓). b) Vorher: W_1 = ½·4,0·10^{-6} F·(100 V)² = 20 mJ. Nachher: W_2 = ½·10·10^{-6} F·(40 V)² = 8,0 mJ. Es sind also 12 mJ (60 %) 'verloren'. c) Die Ladung ist erhalten, die Energie jedoch nicht. Beim Ausgleichsvorgang fließt ein Strom, der den Verbindungsdraht erwärmt (Joulesche Wärme), und ein Teil wird bei schnellem Ausgleich als Funke oder elektromagnetische Strahlung abgegeben. Der Verlust ist unabhängig vom Widerstand: Ein größerer Widerstand verlängert den Ausgleich, ändert aber die Gesamtenergie, die in Wärme übergeht, nicht (∫I²·R dt bleibt gleich). Auch bei sehr kleinem Widerstand tritt der Verlust auf, dann als Funken und Strahlung.

Aufgabe 7: a) C_ges = 2,4 µF, Q = C_ges·U = 2,4 µF·300 V = 720 µC (gleich auf beiden). U_1 = Q/C_1 = 720 µC/4,0 µF = 180 V; U_2 = Q/C_2 = 120 V (Summe 300 V ✓). Die kleinere Kapazität erhält die größere Spannung. b) Maximale Ladung: Für C_1 gilt Q_max = 4,0 µF·200 V = 800 µC; für C_2 gilt Q_max = 6,0 µF·150 V = 900 µC. Da beide dieselbe Ladung tragen, begrenzt C_1 mit 800 µC. Dann U_2 = 800 µC/6,0 µF ≈ 133 V, die Gesamtspannung darf höchstens 200 V + 133 V ≈ 333 V betragen (nicht 350 V!). c) Die Spannungsaufteilung hängt von den Kapazitäten ab, die stark streuen (Toleranzen). Dadurch kann ein Kondensator überlastet werden. Parallele Widerstände (Symmetrierwiderstände) erzwingen eine gleichmäßigere Spannungsaufteilung, weil dann im Gleichgewicht die Spannung im Verhältnis der Widerstände aufgeteilt wird.

Aufgabe 8: a) W = ½·C·U² = ½·100·10^{-6} F·(300 V)² = 4,5 J. b) Mittlere Leistung: P = W/t = 4,5 J / 1,0·10^{-3} s = 4,5 kW. Batterie: 20 kJ in 10 h = 36 000 s, also P ≈ 0,56 W. Der Kondensator liefert für kurze Zeit eine rund 8000-mal größere Leistung als die Batterie. c) Die Batterie speichert viel mehr Energie (20 kJ gegenüber 4,5 J), kann diese aber nur langsam abgeben (große Zeit zum Aufladen/Entladen, hoher Innenwiderstand). Der Kondensator kann die Energie in sehr kurzer Zeit abgeben. Für den Blitz braucht man hohe Leistung für kurze Zeit. Deshalb lädt die Batterie den Kondensator über einige Sekunden auf und dieser gibt die Energie dann schlagartig ab. Kondensatoren sind also Leistungsspeicher, keine Energiespeicher großer Mengen.

Aufgabe 9: Aufbau: Zwei runde Metallplatten (z. B. Durchmesser 20 cm) auf isolierten Haltern, Abstand d mit einer Schiene und Skala oder Abstandshaltern einstellbar. Ein Hochspannungsnetzgerät lädt den Kondensator auf eine feste Spannung (z. B. 1 kV) auf, die Ladung wird mit einem Ladungsmessverstärker oder einem Elektrometer/Coulombmeter bestimmt. Durchführung (Variante 1, U konstant): Für verschiedene Abstände d (z. B. 1 cm bis 5 cm) wird die Ladung Q bei gleichem U gemessen. Es gilt $C = Q/U$. Variante 2 (Q konstant): Kondensator laden, von der Quelle trennen und U bei verschiedenen d mit einem Elektrometer messen; es gilt $C = Q/U$. Auswertung: Man berechnet $C = Q/U$ für jeden Abstand und trägt C über 1/d auf. Eine Ursprungsgerade bestätigt $C \sim 1/d$, die Steigung $\varepsilon_0 \cdot A$ erlaubt zudem die Bestimmung von ε_0 ($\approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m). Fehlerquellen: (1) Randfeld (Streufeld), das bei großem d im Vergleich zum Plattendurchmesser stark zunimmt, deshalb nur $d \ll$ Durchmesser verwenden. (2) Zusätzliche Kapazitäten von Kabeln, Messgerät und Umgebung (Streukapazität), deshalb Kabel kurz halten, gleiche Aufbauten für alle Messungen verwenden und die Streukapazität durch eine Messung bei großem Abstand abschätzen und abziehen. (3) Ladungsverlust über feuchte Isolatoren/Luft, deshalb trockene Umgebung, saubere Isolatoren, schnelle Messung. (4) Ungenaue Abstände/schiefe Platten, deshalb Abstandsmessung mit Abstandshaltern und paralleler Ausrichtung.

Aufgabe 10: Verdoppelt man die Spannung an einem Kondensator (Plattenabstand unverändert), so vervierfacht sich die gespeicherte Energie. → **richtig**
Bei zwei in Reihe geschalteten Kondensatoren liegt an dem mit der kleineren Kapazität die größere Spannung an. → **richtig**
Verbindet man zwei Kondensatoren mit unterschiedlicher Spannung parallel, so bleibt die gesamte elektrische Energie erhalten. → **falsch**
Bei konstanter Spannung nimmt die Anziehungskraft zwischen den Platten eines Plattenkondensators zu, wenn man den Plattenabstand vergrößert. → **falsch**
Bei konstanter Ladung ist die Anziehungskraft zwischen den Platten eines idealen Plattenkondensators unabhängig vom Plattenabstand. → **richtig**
Ein Kondensator, der an der Quelle bleibt, speichert nach dem Einbringen eines Dielektrikums mehr Energie als vorher. → **richtig**

Aufgabe 11: 1 → D, 2 → C, 3 → A, 4 → E, 5 → B