Lineare Funktionen – Steigung und y-Achsenabschnitt (mit Hilfen)

Mathematik, Klasse 8 – Die Funktionsgleichung y = m·x + b aus Punkten und Graphen bestimmen Schritt für Schritt

WICHTIGE WÖRTER:
• Lineare Funktion: Der Graph ist eine gerade Linie.
• Funktionsgleichung: eine Formel, die zu jedem x das passende y angibt. Sie sieht so aus: y = m·x + b.
• m = Steigung: Sie zeigt, wie steil die Gerade ist. Wenn m positiv ist, geht die Gerade nach oben. Wenn m negativ ist, geht sie nach unten.
• b = y-Achsenabschnitt: Das ist die Stelle, an der die Gerade die y-Achse schneidet. Dort ist x = 0.

BEISPIEL: y = 2x + 3. Hier ist m = 2 (die Zahl vor dem x) und b = 3 (die Zahl ohne x).

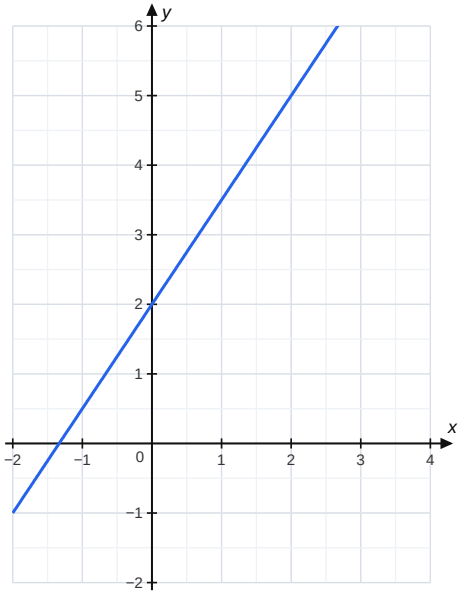
1 Erkläre in eigenen Worten, was m und was b bedeutet.
Hilfe – Ergänze die Satzanfänge:
• Das m heißt ... und zeigt, ...
• Das b heißt ... und zeigt, ...

2 Gegeben ist die Funktion f(x) = 2x + 3.
Schreibe auf:
• m = ...
• b = ...
• Die Gerade schneidet die y-Achse im Punkt (0 | ...).
Tipp: m steht direkt vor dem x. b ist die Zahl, die allein steht.

SO BESTIMMST DU DIE STEIGUNG AUS EINEM GRAPHEN (Steigungsdreieck):
Schritt 1: Suche zwei Punkte auf der Geraden, die du gut ablesen kannst (am besten auf Gitterpunkten).
Schritt 2: Gehe vom linken zum rechten Punkt. Zähle erst nach rechts (das ist Δx), dann nach oben oder unten (das ist Δy).
Schritt 3: Rechne m = Δy : Δx.

Schritt 4: Lies b ab. Das ist der y-Wert, wo die Gerade die y-Achse schneidet.

GELÖSTES BEISPIEL: Eine Gerade geht durch P1(0 | 1) und P2(2 | 5).
Δx = 2 − 0 = 2 (2 Schritte nach rechts)
Δy = 5 − 1 = 4 (4 Schritte nach oben)
`m = 4 : 2 = 2`
`b = 1 (P1 liegt auf der y-Achse)`
Gleichung: y = 2x + 1



Graph der Funktion g

3 Lies aus dem Graphen von g zwei Punkte ab.
Tipp: Ein Punkt liegt auf der y-Achse. Nimm als zweiten Punkt einen Gitterpunkt, z. B. bei x = 2.
Schreibe: P1(0 | ...) und P2(2 | ...)

4 Berechne die Steigung mit dem Steigungsdreieck.
Δx = ... − ... = ...
Δy = ... − ... = ...
`m = Δy : Δx = ... : ... = ...`
Tipp: Wenn du Probleme mit dem Bruch hast, schreibe ihn als Dezimalzahl, z. B. 3 : 2 = 1,5.

5 Gib b an und schreibe die ganze Funktionsgleichung auf.

`b = ... (Wo schneidet die Gerade die y-Achse?)`

Setze m und b ein: g(x) = ... · x + ...

6 Sind die Aussagen richtig oder falsch? Tipp: Denke an die Wörter vom Anfang (m = Steigung, b = y-Achsenabschnitt).

	richtig	falsch
Bei y = mx + b zeigt b die Steigung der Geraden.	☐	☐
Das b ist der y-Wert, an dem die Gerade die y-Achse schneidet.	☐	☐
Die Steigung berechnet man mit m = Δy : Δx.	☐	☐
Je größer die Zahl m (ohne Vorzeichen), desto steiler ist die Gerade.	☐	☐
Zwei Geraden mit gleichem m, aber verschiedenem b, sind parallel.	☐	☐

SO BESTIMMST DU DIE GLEICHUNG AUS ZWEI PUNKTEN (ohne Graph):
Schritt 1: Berechne m = (y2 − y1) : (x2 − x1).
Schritt 2: Setze m und einen Punkt in y = m·x + b ein.
Schritt 3: Löse die Gleichung nach b auf.
Schritt 4: Schreibe die Gleichung auf.

GELÖSTES BEISPIEL: Punkte P(2 | 3) und Q(4 | 9).
`m = (9 − 3) : (4 − 2) = 6 : 2 = 3`
Einsetzen von P: 3 = 3 · 2 + b → 3 = 6 + b → b = 3 − 6 = −3
Gleichung: y = 3x − 3

7 Eine Gerade geht durch A(1 | 4) und B(3 | 8). Berechne die Steigung m.

`m = (y2 − y1) : (x2 − x1) = (8 − ...) : (3 − ...) = ... : ... = ...`

Tipp: y2 und x2 gehören zu B. y1 und x1 gehören zu A.

8 Bestimme b. Setze m = 2 und den Punkt A(1 | 4) in y = m·x + b ein.

4 = 2 · ... + b

4 = ... + b

`b = 4 − ... = ...`

Tipp: Rechne „4 minus die Zahl, die vor b steht“.

9 Schreibe die Funktionsgleichung auf. Mache dann die Probe mit dem Punkt B(3 | 8): Setze x = 3 ein. Kommt y = 8 heraus?

f(x) = ... x + ...

Probe: f(3) = ... · 3 + ... = ...

10 Ordne jeder Gleichung die passende Beschreibung zu. Tipp: Schau zuerst auf das Vorzeichen von m (+ = steigt, − = fällt). Schau dann auf b (Schnittpunkt mit der y-Achse).

1. f1(x) = 3x − 1	____	A) Fällt steil. Schneidet die y-Achse bei y = 4.
2. f2(x) = −2x + 4	____	B) Steigt flach an. Schneidet die y-Achse bei y = 3.
3. f3(x) = 0,5x + 3	____	C) Steigt steil an. Schneidet die y-Achse bei y = −1.
4. f4(x) = −x − 2	____	D) Fällt leicht (45°). Schneidet die y-Achse bei y = −2.

SACHAUFGABE: HANDYTARIFE

WORTERKLÄRUNGEN:

• Tarif: Preismodell eines Handyanbieters.

• Grundgebühr: fester Betrag pro Monat, auch wenn man keine SMS schreibt.

• Im Sachzusammenhang deuten: sagen, was die Zahl in der Aufgabe bedeutet.

Tarif 1: K1(x) = 0,05x + 10

Tarif 2: K2(x) = 0,02x + 16

`x = Anzahl der SMS pro Monat, K(x) = Kosten in Euro.`

TIPP: Die Zahl vor dem x ist m. Hier sagt sie, wie viel jede SMS kostet. Die Zahl ohne x ist b. Hier ist sie die Grundgebühr.

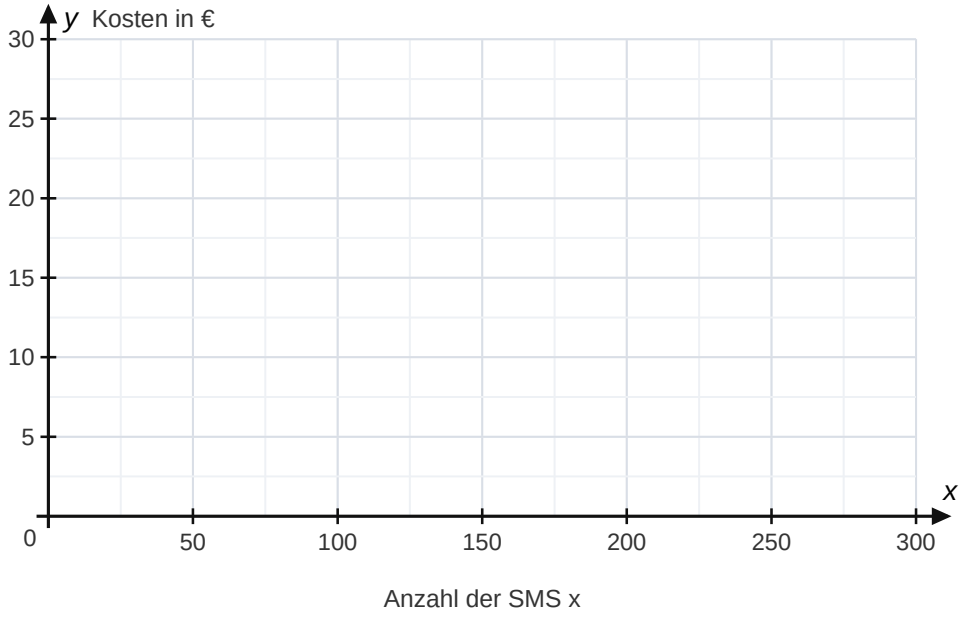
11 Gib bei beiden Tarifen m und b an und sage, was die Zahlen bedeuten.
Tarif 1: m = ... (Das bedeutet: Jede SMS kostet ...) und b = ... (Das bedeutet: ...)
Tarif 2: m = ... (Das bedeutet: Jede SMS kostet ...) und b = ... (Das bedeutet: ...)

12 Berechne die Kosten für Tarif 1 bei 80 SMS.
Setze x = 80 in K1(x) = 0,05x + 10 ein:
K1(80) = 0,05 · 80 + 10 = ... + 10 = ... €
Tipp: 0,05 · 80 ist dasselbe wie 80 : 20.

Für Aufgabe 13: Gleichsetzen heißt, dass du beide Kosten gleich groß machst. So findest du heraus, bei welcher SMS-Zahl beide Tarife gleich viel kosten.
Schritt 1: 0,05x + 10 = 0,02x + 16
Schritt 2: Ziehe auf beiden Seiten 0,02x ab.
Schritt 3: Ziehe auf beiden Seiten 10 ab.
Schritt 4: Teile durch die Zahl vor dem x.

13 Rechne aus, bei welcher Anzahl SMS beide Tarife gleich teuer sind.
0,05x + 10 = 0,02x + 16 | − 0,02x
0,03x + 10 = 16 | − 10
0,03x = ... | : 0,03
x = ...

14 Berechne die Kosten bei x = 200 für beide Tarife als Probe. Sage dann, wann Tarif 2 günstiger ist.
K1(200) = ...
K2(200) = ...
Satzanfang: Tarif 2 ist günstiger, wenn man mehr als ... SMS schreibt, weil ...



Koordinatensystem zum Einzeichnen beider Tarife (x-Achse: Anzahl SMS, y-Achse: Kosten in Euro)

15 Zeichne beide Geraden in das Koordinatensystem ein.
Tipp: Du brauchst je zwei Punkte.
Tarif 1: Startpunkt (0 | 10), zweiter Punkt (200 | 20)
Tarif 2: Startpunkt (0 | 16), zweiter Punkt (200 | 20)
Verbinde die Punkte mit dem Lineal.
Beschreibe dann: In welchem Punkt schneiden sich die Geraden? Was bedeutet dieser Punkt?

Lösungen

Lineare Funktionen – Steigung und y-Achsenabschnitt (mit Hilfen) · Mathematik · Klasse 8

Für dich als Lehrkraft: leichtere Fassung in einer Minute

QR scannen oder lehreule.de/anpassen/lineare-funktionen-klasse-8 öffnen: kostenloses Konto, dann schreibt Lehreule die leichtere Fassung mit Hilfen — oder Zusatzaufgaben für Schnelle, eine Word-Datei, einen QR-Code für die Klasse.

Aufgabe 1: Das m heißt Steigung und zeigt, wie steil die Gerade ist. Es sagt, um wie viel y größer (oder kleiner) wird, wenn x um 1 größer wird. Das b heißt y-Achsenabschnitt und zeigt, wo die Gerade die y-Achse schneidet (bei x = 0).

Aufgabe 2: m = 2, b = 3. Die Gerade schneidet die y-Achse im Punkt (0 | 3).

Aufgabe 3: P1(0 | 2) und P2(2 | 5).

Aufgabe 4: $\Delta x = 2 - 0 = 2$. $\Delta y = 5 - 2 = 3$. $m = 3 : 2 = 1{,}5$.

Aufgabe 5: b = 2 (die Gerade schneidet die y-Achse im Punkt (0 | 2)). Die Funktionsgleichung lautet g(x) = 1,5x + 2.

Aufgabe 6: Bei y = mx + b zeigt b die Steigung der Geraden. → **falsch**
Das b ist der y-Wert, an dem die Gerade die y-Achse schneidet. → **richtig**
Die Steigung berechnet man mit $m = \Delta y : \Delta x$. → **richtig**
Je größer die Zahl m (ohne Vorzeichen), desto steiler ist die Gerade. → **richtig**
Zwei Geraden mit gleichem m, aber verschiedenem b, sind parallel. → **richtig**

Aufgabe 7: $m = (8 - 4) : (3 - 1) = 4 : 2 = 2$.

Aufgabe 8: $4 = 2 \cdot 1 + b$, also $4 = 2 + b$. Damit ist $b = 4 - 2 = 2$.

Aufgabe 9: f(x) = 2x + 2. Probe: $f(3) = 2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$. Das passt zu B(3 | 8). ✓

Aufgabe 10: 1 → C, 2 → A, 3 → B, 4 → D

Aufgabe 11: Tarif 1: m = 0,05. Das bedeutet: Jede SMS kostet 0,05 € (5 Cent). b = 10. Das bedeutet: Die Grundgebühr beträgt 10 € pro Monat.
Tarif 2: m = 0,02. Das bedeutet: Jede SMS kostet 0,02 € (2 Cent). b = 16. Das bedeutet: Die Grundgebühr beträgt 16 € pro Monat.

Aufgabe 12: $K1(80) = 0{,}05 \cdot 80 + 10 = 4 + 10 = 14$ €. Bei 80 SMS kostet Tarif 1 also 14 €.

Aufgabe 13: $0{,}03x + 10 = 16$, also $0{,}03x = 6$, also $x = 6 : 0{,}03 = 200$. Bei 200 SMS kosten beide Tarife gleich viel.

Aufgabe 14: $K1(200) = 0{,}05 \cdot 200 + 10 = 10 + 10 = 20$ €. $K2(200) = 0{,}02 \cdot 200 + 16 = 4 + 16 = 20$ €. Tarif 2 ist günstiger, wenn man mehr als 200 SMS schreibt, weil jede SMS nur 2 Cent kostet und die Kosten dadurch langsamer steigen. Bei weniger als 200 SMS ist Tarif 1 günstiger.

Aufgabe 15: Die Geraden schneiden sich im Punkt (200 | 20). Das bedeutet: Bei 200 SMS kosten beide Tarife gleich viel, nämlich 20 €. Links vom Schnittpunkt (weniger als 200 SMS) liegt Tarif 1 unten, also ist er günstiger. Rechts davon (mehr als 200 SMS) liegt Tarif 2 unten, also ist er günstiger.