Potenzen und Wurzeln – Längen, Flächen und Volumen (Lernhilfe-Fassung)

Quadrate und Würfel Schritt für Schritt berechnen

So arbeitest du: Löse die Aufgaben der Reihe nach. Lies die Hilfen vor jeder Aufgabe. Bei Sachaufgaben schreibst du die Einheit dazu (zum Beispiel m oder m²) und einen kurzen Antwortsatz. Du brauchst keinen Taschenrechner.

HILFE – Potenz und Wurzel:
• Eine Potenz ist eine Kurzschreibweise für das Malnehmen der gleichen Zahl. Beispiel: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ (die kleine 2 sagt: 2 Mal die 7). $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ (die kleine 3 sagt: 3 Mal die 2).
• Eine Wurzel ist die Umkehrung vom Quadrieren. Die Frage ist: Welche Zahl mal sich selbst ergibt die Zahl unter der Wurzel? Beispiel: $\sqrt{49} = 7$, weil $7 \cdot 7 = 49$.
• Gelöstes Beispiel: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81$.

1 Berechne den Wert. Tipp bei Potenzen: Schreibe sie zuerst als Malaufgabe auf (zum Beispiel $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$). Tipp bei Wurzeln: Überlege, welche Zahl mal sich selbst die Zahl unter der Wurzel ergibt.

a) 7^2 = _____

b) 2^5 = _____

c) 10^3 = _____

d) $\sqrt{81}$ = _____

e) $\sqrt{144}$ = _____

f) 5^3 = _____

HILFE – Aussagen prüfen:
• Punkt vor Strich und Klammern: Rechne zuerst die Potenz, dann das Malnehmen. $2 \cdot 5^2$ heißt: erst $5^2 = 25$, dann $2 \cdot 25 = 50$. $(2 \cdot 5)^2$ heißt: erst die Klammer $2 \cdot 5 = 10$, dann $10^2 = 100$.
• Potenzen mit gleicher Basis: $10^2 \cdot 10^3$ bedeutet $(10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10 \cdot 10)$. Das sind 5 Zehner, also 10^5.
• Die Basis ist die große Zahl unten (zum Beispiel die 10 bei 10^3).

2 Entscheide, ob die Aussage wahr oder falsch ist. Rechne beide Seiten einzeln aus und vergleiche.

	richtig	falsch
Es gilt $2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 5)^2$.	☐	☐
Es gilt $10^2 \cdot 10^3 = 10^5$.	☐	☐
Es gilt $4^3 = 64$.	☐	☐
Die Quadratwurzel aus 1 ist 1.	☐	☐

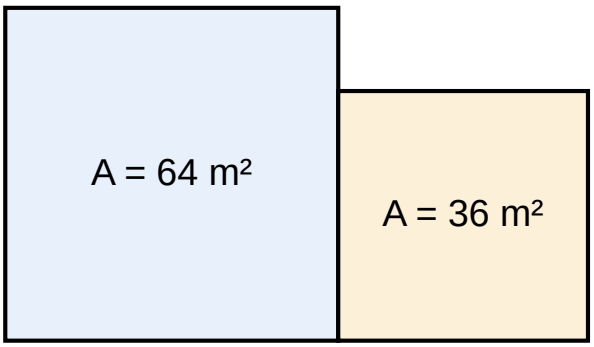
HILFE – Wurzel aus einer Summe:
Rechne zuerst unter der Wurzel zusammen und ziehe erst danach die Wurzel. Gelöstes Beispiel: $\sqrt{(10 + 15)} = \sqrt{25} = 5$. Achtung: Du darfst nicht einzeln $\sqrt{10} + \sqrt{15}$ rechnen.

3 Bestimme den Wert des Terms $\sqrt{(9 + 16)}$. Tipp: Rechne zuerst $9 + 16$ aus.

- ☐ 5
- ☐ 7
- ☐ 25
- ☐ 12

HILFE – Quadrat:
- Flächeninhalt: $A = a \cdot a = a^2$ (a ist die Seitenlänge).
- Ist der Flächeninhalt bekannt, findest du die Seitenlänge mit der Wurzel: $a = \sqrt{A}$.
- Umfang: $u = 4 \cdot a$ (ein Quadrat hat 4 gleich lange Seiten).
- Gelöstes Beispiel: Ein Quadrat hat $A = 49\ m^2$. Dann ist $a = \sqrt{49}\ m = 7\ m$. Der Umfang ist $u = 4 \cdot 7\ m = 28\ m$.

4 Ein quadratisches Beet hat einen Flächeninhalt von $169\ m^2$. Das Beet soll eingezäunt werden. Ein Meter Zaun kostet 8 €.
a) Berechne die Seitenlänge. (Tipp: Welche Zahl mal sich selbst ergibt 169? Probiere 12 und 13.)
b) Berechne den Umfang. (Formel: $u = 4 \cdot a$)
c) Berechne die Kosten für den Zaun. (Tipp: Umfang · 8 €)
Satzanfang für deine Antwort: „Das Beet ist ... m lang. Der Umfang beträgt ... m. Der Zaun kostet ... €.“



Zwei quadratische Beete liegen nebeneinander, ihre Unterseiten liegen auf einer Linie.

HILFE – Zusammengesetzte Figur:
• Der Umfang ist der ganze Weg außen herum. Du läufst am Rand entlang und addierst alle Strecken.
• Das große Quadrat ist höher als das kleine. Dadurch gibt es oben eine „Stufe“. Ihre Länge ist: Seite groß − Seite klein.
• Tipp: Gehe den Rand im Uhrzeigersinn ab: unten, rechts, oben (klein), Stufe, oben (groß), links.

5 Die beiden Beete aus der Abbildung haben die Flächeninhalte 64 m² und 36 m².
a) Berechne die Seitenlängen. (Tipp: a = √64 und b = √36)
b) Berechne den gesamten Flächeninhalt. (Tipp: Addiere 64 m² und 36 m².)
c) Berechne die Länge der Stufe oben. (Tipp: große Seite − kleine Seite)
d) Berechne den Umfang der ganzen Figur. Schreibe alle Strecken auf und addiere sie: unten, rechts, oben beim kleinen Beet, Stufe, oben beim großen Beet, links.
Formulierungshilfe: „Die Seitenlängen sind ... m und ... m. Die Gesamtfläche ist ... m². Der Umfang beträgt ... m.“

HILFE – Würfel:
• Ein Würfel hat 6 gleich große quadratische Flächen. a ist die Kantenlänge.

- Volumen (wie viel hineinpasst): $V = a \cdot a \cdot a = a^3$. Einheit: hoch 3, zum Beispiel dm^3.
- Oberfläche (alle Flächen zusammen): $O = 6 \cdot a^2$. Einheit: hoch 2, zum Beispiel dm^2.
- Gelöstes Beispiel ($a = 3$ dm): $V = 3 \cdot 3 \cdot 3\ dm^3 = 27\ dm^3$. $O = 6 \cdot 3^2\ dm^2 = 6 \cdot 9\ dm^2 = 54\ dm^2$.
- Umrechnen: 1 dm = 10 cm. 1 Liter = $1\ dm^3$.

6 Ein Würfel hat die Kantenlänge 4 dm.
a) Berechne das Volumen. (Formel: $V = a \cdot a \cdot a$)
b) Berechne die Oberfläche. (Formel: $O = 6 \cdot a{\cdot}a$. Rechne zuerst $4 \cdot 4$ aus.)
Antwortsatz: „Der Würfel hat ein Volumen von ... dm^3 und eine Oberfläche von ... dm^2."

7 Ein würfelförmiges Aquarium fasst genau 125 Liter. Es gilt: 1 Liter = $1\ dm^3$.
a) Wie groß ist das Volumen in dm^3?
b) Gesucht ist die Kantenlänge a mit $a \cdot a \cdot a = 125$. Probiere Zahlen aus. (Tipp: Starte mit 4 und 5.)
c) Rechne die Kantenlänge in cm um. (Tipp: 1 dm = 10 cm)
Satzanfang: „Das Aquarium hat eine Kantenlänge von ... dm, also ... cm."

HILFE – Behauptung überprüfen:
Lena sagt: „Verdopple ich die Kantenlänge, verdoppelt sich auch das Volumen." Um das zu prüfen, rechnest du mit Zahlen. Du berechnest zuerst den kleinen Würfel, dann den großen Würfel. Dann teilst du: großer Wert : kleiner Wert. Das Ergebnis heißt Faktor. Er zeigt, wie oft der kleine Wert in den großen passt. Beispiel: 30 : 10 = 3, der Wert wird 3-mal so groß.

8 Überprüfe Lenas Behauptung. Ein Würfel mit der Kantenlänge 2 cm wird auf 4 cm vergrößert.

a) Berechne für a = 2 cm: Volumen V und Oberfläche O.

b) Berechne für a = 4 cm: Volumen V und Oberfläche O.

c) Berechne den Faktor beim Volumen (V groß : V klein) und bei der Oberfläche (O groß : O klein).

d) Hat Lena recht? Schreibe einen Satz.

Satzanfang: „Lena hat ..., weil sich das Volumen um den Faktor ... ändert.“

Lösungen

Potenzen und Wurzeln – Längen, Flächen und Volumen (Lernhilfe-Fassung) · Mathematik · Klasse 8

Für dich als Lehrkraft: leichtere Fassung in einer Minute

QR scannen oder lehreule.de/anpassen/potenzen-und-wurzeln-klasse-8 öffnen: kostenloses Konto, dann schreibt Lehreule die leichtere Fassung mit Hilfen — oder Zusatzaufgaben für Schnelle, eine Word-Datei, einen QR-Code für die Klasse.

Aufgabe 1: a) 49, b) 32, c) 1000, d) 9, e) 12, f) 125

Aufgabe 2: Es gilt $2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 5)^2$. → **falsch**
Es gilt $10^2 \cdot 10^3 = 10^5$. → **richtig**
Es gilt $4^3 = 64$. → **richtig**
Die Quadratwurzel aus 1 ist 1. → **richtig**

Aufgabe 3: 5

Aufgabe 4: a) Seitenlänge: $a = \sqrt{169}$ m = 13 m, denn $13 \cdot 13 = 169$. b) Umfang: $u = 4 \cdot a = 4 \cdot 13$ m = 52 m. c) Kosten: 52 · 8 € = 416 €. Antwort: Das Beet ist 13 m lang und breit. Der Umfang beträgt 52 m. Der Zaun kostet 416 €.

Aufgabe 5: a) Großes Quadrat: $a = \sqrt{64}$ m = 8 m. Kleines Quadrat: $b = \sqrt{36}$ m = 6 m. b) Gesamtfläche: 64 m² + 36 m² = 100 m². c) Stufe: 8 m − 6 m = 2 m. d) Unten: 8 m + 6 m = 14 m. Rechts: 6 m. Oben beim kleinen Beet: 6 m. Stufe: 2 m. Oben beim großen Beet: 8 m. Links: 8 m. Umfang: 14 m + 6 m + 6 m + 2 m + 8 m + 8 m = 44 m. Antwort: Die Seitenlängen sind 8 m und 6 m. Die Gesamtfläche ist 100 m². Der Umfang beträgt 44 m.

Aufgabe 6: a) $V = a^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$ dm³ = 64 dm³. b) $O = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 16$ dm² = 96 dm². Antwort: Der Würfel hat ein Volumen von 64 dm³ und eine Oberfläche von 96 dm².

Aufgabe 7: a) V = 125 dm³. b) Test: $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ (zu klein). $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ (passt). Also a = 5 dm. c) 5 dm = 50 cm. Antwort: Das Aquarium hat eine Kantenlänge von 5 dm, also 50 cm.

Aufgabe 8: a) a = 2 cm: $V = 2 \cdot 2 \cdot 2$ cm³ = 8 cm³. $O = 6 \cdot 2^2$ cm² = 6 · 4 cm² = 24 cm². b) a = 4 cm: $V = 4 \cdot 4 \cdot 4$ cm³ = 64 cm³. $O = 6 \cdot 4^2$ cm² = 6 · 16 cm² = 96 cm². c) Volumen: 64 : 8 = 8, also 8-mal so groß. Oberfläche: 96 : 24 = 4, also 4-mal so groß. d) Lena hat nicht recht, weil sich das Volumen nicht verdoppelt, sondern 8-mal so groß wird. Die Oberfläche wird 4-mal so groß.