Prozentrechnung – Zusatz- und Expertenaufgaben

Mathematik, Klasse 7 – Knobelaufgaben für schnelle Rechner:innen

Diese Aufgaben sind ZUSATZAUFGABEN für alle, die mit dem Arbeitsblatt bereits fertig sind. Sie sind deutlich anspruchsvoller: Es geht um Transfer auf neue Situationen, mehrfache Rabatte, Rückwärtsrechnen, Begründen und kleine Forscherfragen. Nimm dir Zeit, überlege genau und begründe deine Antworten ausführlich.

1 Ein Online-Shop wirbt mit „40 % Rabatt, danach nochmals 10 € extra Rabatt beim Kauf von zwei Artikeln“. Ein Pullover kostet ursprünglich 60 €. Berechne den Endpreis für EINEN Pullover, wenn man zwei davon kauft (der 10-€-Rabatt gilt für den Gesamteinkauf). Berechne anschließend, wie viel Prozent Rabatt das insgesamt bezogen auf den ursprünglichen Gesamtpreis beider Pullover entspricht.

2 Ein Preis wurde um 25 % erhöht und beträgt jetzt 150 €. Ein Mitschüler behauptet: „Dann muss man den neuen Preis nur um 25 % senken, um wieder auf den alten Preis zu kommen.“ Prüfe diese Behauptung rechnerisch und erkläre, warum sie falsch ist. Berechne außerdem, um wie viel Prozent man den neuen Preis tatsächlich senken müsste, um auf den ursprünglichen Preis zurückzukommen.

3 Forscherfrage: Ein Kapital wächst jedes Jahr um 5 % (Zinseszins). Berechne, nach wie vielen vollen Jahren sich das Startkapital mindestens verdoppelt hat. Gehe von einem Startkapital von 1000 € aus, rechne Jahr für Jahr und begründe dein Ergebnis mit den berechneten Zwischenwerten.

4 In einer Schule wurden 400 Schüler:innen befragt, ob sie lieber Pizza oder Döner mögen. 55 % wählten Pizza. Von den Pizza-Fans sind wiederum 40 % Mädchen. Berechne, wie viele Mädchen sich für Pizza entschieden haben, und erkläre in eigenen Worten den Unterschied zwischen einem Prozentsatz vom Grundwert 'alle Befragten' und einem Prozentsatz vom Grundwert 'alle Pizza-Fans'.

5 Ein Fernseher kostet 500 €. Händler A gewährt 15 % Rabatt. Händler B gewährt zuerst 10 % Rabatt und danach weitere 5 % Rabatt auf den bereits reduzierten Preis. Welche Aussage ist richtig?

- ☐ Beide Angebote führen zum exakt gleichen Endpreis.
- ☐ Händler A ist günstiger, weil 15 % direkt vom Originalpreis abgezogen werden.
- ☐ Händler B ist günstiger, weil zwei Rabatte immer besser sind als einer.
- ☐ Man kann ohne Rechnung nicht sagen, welcher Rabatt mehr spart.

6 Begründe rechnerisch die Antwort zur vorherigen Aufgabe: Berechne beide Endpreise für den Fernseher (500 €) und vergleiche sie.

7 Ein Artikel wird zuerst um 50 % erhöht und danach um 50 % gesenkt. Bezogen auf den ursprünglichen Preis bleiben am Ende nur noch _____ % übrig.

8 Steigt ein Preis von 80 € auf 100 €, so beträgt die prozentuale Zunahme _____ % (bezogen auf den ursprünglichen Preis 80 €).

9 Entscheide, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Begründe dein Wissen im Kopf, bevor du ankreuzt.

	richtig	falsch
Wenn ein Preis um p % steigt und danach um denselben Prozentsatz p % wieder sinkt, ist der Endpreis immer kleiner als der Ausgangspreis (außer bei p = 0).	☐	☐
Bei mehrfachen Rabatten hintereinander darf man die Wachstumsfaktoren multiplizieren, um den Gesamtfaktor zu erhalten.	☐	☐
Ein Prozentsatz von über 100 % ist in der Realität nie sinnvoll, zum Beispiel bei Wachstumsraten oder Gewinnsteigerungen.	☐	☐
Wenn sich ein Grundwert ändert, muss man bei Folgeberechnungen genau prüfen, auf welchen neuen Grundwert sich der nächste Prozentsatz bezieht.	☐	☐

10 Transferaufgabe: Eine Stadt hatte 2020 genau 20 000 Einwohner. Die Einwohnerzahl stieg bis 2021 um 4 % und sank dann bis 2022 wieder um 4 % (jeweils bezogen auf den Vorjahreswert). Berechne die Einwohnerzahl für 2021 und 2022 und erkläre, warum die Stadt 2022 NICHT wieder genau 20 000 Einwohner hat.

Lösungen

Prozentrechnung – Zusatz- und Expertenaufgaben · Mathematik · Klasse 7

Für dich als Lehrkraft: leichtere Fassung in einer Minute

QR scannen oder lehreule.de/anpassen/prozentrechnung-klasse-7 öffnen: kostenloses Konto, dann schreibt Lehreule die leichtere Fassung mit Hilfen — oder Zusatzaufgaben für Schnelle, eine Word-Datei, einen QR-Code für die Klasse.

Aufgabe 1: Ursprünglicher Gesamtpreis für 2 Pullover: 2 · 60 € = 120 €. Erst 40 % Rabatt: Wachstumsfaktor 0,60, also 120 € · 0,60 = 72 €. Danach 10 € extra Rabatt: 72 € − 10 € = 62 €. Das ist der Gesamtpreis für beide Pullover, also 31 € pro Stück. Gesamtersparnis: 120 € − 62 € = 58 €. Prozentsatz: p = 58 ÷ 120 · 100 ≈ 48,33 %. Der tatsächliche Gesamtrabatt liegt also bei rund 48,3 % und damit deutlich höher als die beworbenen 40 %.

Aufgabe 2: Ursprünglicher Preis: Wachstumsfaktor bei +25 % ist 1,25. G = W · 100 ÷ p-Formel bzw. G = 150 € ÷ 1,25 = 120 €. Würde man die 150 € um 25 % senken, ergäbe das 150 € · 0,75 = 112,50 € – das ist weniger als die ursprünglichen 120 €, die Behauptung ist also falsch. Gesucht ist der Prozentsatz, um den man 150 € senken muss, um auf 120 € zu kommen: Ersparnis = 150 € − 120 € = 30 €. p = 30 ÷ 150 · 100 = 20 %. Man muss den neuen Preis also nur um 20 % senken, nicht um 25 %, weil sich die Prozentangabe immer auf den jeweiligen Grundwert bezieht – und der ist nach der Erhöhung größer geworden.

Aufgabe 3: Wachstumsfaktor pro Jahr: 1,05. Man rechnet 1000 € · 1,05^n, bis der Wert mindestens 2000 € erreicht:
Jahr 1: 1050,00 €
Jahr 5: ca. 1276,28 €
Jahr 10: ca. 1628,89 €
Jahr 14: ca. 1979,93 €
Jahr 15: ca. 2078,93 €
Nach 14 Jahren sind es noch keine 2000 €, erst nach 15 Jahren wird die Verdopplung überschritten. Das Kapital hat sich also nach 15 vollen Jahren mindestens verdoppelt.

Aufgabe 4: Zahl der Pizza-Fans: W = G · p ÷ 100 = 400 · 55 ÷ 100 = 220 Personen. Davon sind 40 % Mädchen: W2 = 220 · 40 ÷ 100 = 88 Mädchen. Der erste Prozentsatz (55 %) bezieht sich auf den Grundwert 'alle 400 Befragten', der zweite Prozentsatz (40 %) bezieht sich auf einen anderen, kleineren Grundwert, nämlich nur die 220 Pizza-Fans. Man darf deshalb nicht einfach 55 % und 40 % addieren oder multiplizieren, ohne zu beachten, worauf sich der jeweilige Prozentsatz bezieht – der Grundwert ändert sich zwischen den beiden Rechenschritten.

Aufgabe 5: Händler A ist günstiger, weil 15 % direkt vom Originalpreis abgezogen werden.

Aufgabe 6: Händler A: 500 € · (1 − 0,15) = 500 € · 0,85 = 425 €.
Händler B: 500 € · (1 − 0,10) = 450 €, danach 450 € · (1 − 0,05) = 450 € · 0,95 = 427,50 €.
Vergleich: 425 € < 427,50 €. Händler A ist also günstiger, weil der Gesamtrabatt bei B effektiv nur 1 − 0,90 · 0,95 = 1 − 0,855 = 0,145, also 14,5 % entspricht, und nicht 15 %.

Aufgabe 7: 75

Aufgabe 8: 25

Aufgabe 9: Wenn ein Preis um p % steigt und danach um denselben Prozentsatz p % wieder sinkt, ist der Endpreis immer kleiner als der Ausgangspreis (außer bei p = 0). → **richtig**
Bei mehrfachen Rabatten hintereinander darf man die Wachstumsfaktoren multiplizieren, um den Gesamtfaktor zu erhalten. → **richtig**
Ein Prozentsatz von über 100 % ist in der Realität nie sinnvoll, zum Beispiel bei Wachstumsraten oder Gewinnsteigerungen. → **falsch**
Wenn sich ein Grundwert ändert, muss man bei Folgeberechnungen genau prüfen, auf welchen neuen Grundwert sich der nächste Prozentsatz bezieht. → **richtig**

Aufgabe 10: 2021: 20 000 · 1,04 = 20 800 Einwohner.
2022: 20 800 · 0,96 = 19 968 Einwohner.
Die Stadt hat 2022 nicht wieder genau 20 000 Einwohner, weil sich die 4 % Abnahme auf den bereits gestiegenen Wert von 20 800 beziehen und nicht auf die ursprünglichen 20 000. Da der Grundwert für die Senkung größer war als der ursprüngliche Grundwert, ist der absolute Rückgang (832 Personen) größer als der vorherige Zuwachs (800 Personen), weshalb am Ende weniger als 20 000 Einwohner übrig bleiben.