

Satz des Pythagoras: Anwendungsaufgaben

Klasse 10 Gymnasium | Bearbeitungszeit: ca. 90 Minuten

Der Satz des Pythagoras ist eines der wichtigsten Werkzeuge der Geometrie. In diesem Arbeitsblatt wendest du ihn auf praktische und geometrische Probleme an. Bearbeite die Aufgaben in aufsteigender Schwierigkeit. Gib bei allen Ergebnissen die Einheit an. Runde auf zwei Dezimalstellen, wenn nicht anders angegeben. Skizzen helfen dir, die Probleme zu visualisieren.

- 1** Eine 5 m lange Leiter wird an eine senkrechte Hauswand gelehnt. Der Fuß der Leiter steht 1,5 m von der Wand entfernt. In welcher Höhe berührt die Leiter die Wand? Zeichne eine Skizze und berechne die Höhe.

- 2** Der Hausbesitzer möchte die Leiter höher anlegen – genau 4 m hoch. Wie weit muss der Leiterfuß dann von der Wand entfernt sein? (Die Leiter ist immer noch 5 m lang.)

- 3** Ein rechteckiges Grundstück hat die Seitenlängen 120 m und 160 m. Berechne die Länge der Diagonalen des Grundstücks. Um wie viel Meter spart man sich, wenn man diagonal über das Grundstück geht, statt die beiden Seiten entlang zu gehen?

- 4 Ein gleichschenkliges Dreieck hat zwei gleich lange Schenkel von je 13 cm und eine Basis von 10 cm. Berechne die Höhe des Dreiecks von der Basis zur Spitze. Berechne anschließend den Flächeninhalt des Dreiecks.

- 5 Ein Quader hat die Grundfläche $6\text{ m} \times 8\text{ m}$ und eine Höhe von 5 m. Berechne die Länge der Raumdiagonalen des Quaders (von einer unteren Ecke zur diagonal gegenüberliegenden oberen Ecke). Hinweis: Nutze zweimal den Satz des Pythagoras – erst für die Grundflächendiagonale, dann für die Raumdiagonale.

- 6 Ein Dreieck hat die Seitenlängen 5 cm, 12 cm und 13 cm. Ist dieses Dreieck rechtwinklig? Begründe mit dem Satz des Pythagoras oder seiner Umkehrung.

- ☐ Ja, weil $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$. Die Umkehrung des Satzes des Pythagoras bestätigt, dass das Dreieck rechtwinklig ist.
- ☐ Nein, weil die Seitenlängen nicht alle gleich sind.
- ☐ Ja, aber nur wenn die Seite von 13 cm die Basis ist.
- ☐ Nein, weil $5 + 12 \neq 13$.

- 7 Ein Dachgiebel hat die Form eines gleichschenkligen Dreiecks. Die Basis (Breite des Hauses) beträgt 12 m, die Schenkel (Dachkanten) sind je 8 m lang. Berechne die Höhe des Giebels und den Flächeninhalt der Giebelfläche.

- 8 Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe deine Antwort.

	richtig	falsch
Der Satz des Pythagoras gilt nur für rechtwinklige Dreiecke.	☐	☐
In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse immer die längste Seite.	☐	☐
Wenn $a^2 + b^2 \neq c^2$ ist, dann ist das Dreieck mit den Seitenlängen a, b und c rechtwinklig.	☐	☐
Die Diagonale eines Quadrats mit Seitenlänge 5 cm beträgt genau $5\sqrt{2}$ cm.	☐	☐

- 9 Ein Fußballfeld ist 100 m lang und 64 m breit. Ein Spieler läuft diagonal von einer Ecke zur diagonal gegenüberliegenden Ecke. Wie viel Meter spart er sich gegenüber dem Weg, der entlang der Seitenlinie und dann entlang der Grundlinie führt?

★ ★ Bonus für Schnelle

10

★ Ein Dreieck hat die Seitenlängen $a = 9 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$ und $c = 15 \text{ cm}$. Überprüfe rechnerisch, ob dieses Dreieck rechtwinklig ist. Falls ja, welche Seite ist die Hypotenuse? Erkläre, wie du vorgegangen bist.

11

★ Eine Leiter wird an eine Wand gelehnt. Die Leiter ist 10 m lang. Wenn der Leiterfuß 2 m von der Wand entfernt ist, berührt die Leiter die Wand in einer Höhe von etwa $9,80 \text{ m}$. Nun wird die Leiter um $0,5 \text{ m}$ näher an die Wand herangerückt (also nur noch $1,5 \text{ m}$ Abstand). Um wie viel Meter steigt die Leiter an der Wand hinauf? Runde auf zwei Dezimalstellen.

Lösungen

Satz des Pythagoras: Anwendungsaufgaben · Mathematik · Klasse 10

Aufgabe 1: Skizze: Rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenuse (Leiter) = 5 m, eine Kathete (Abstand Wand) = 1,5 m, gesuchte Kathete (Höhe) = h.

Anwendung des Satzes des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$$1,5^2 + h^2 = 5^2$$

$$2,25 + h^2 = 25$$

$$h^2 = 22,75$$

$$h = \sqrt{22,75} \approx 4,77 \text{ m}$$

Die Leiter berührt die Wand in einer Höhe von etwa 4,77 m.

Aufgabe 2: Gegeben: Leiter (Hypotenuse) = 5 m, Höhe (Kathete) = 4 m, gesuchter Abstand (Kathete) = x

Anwendung des Satzes des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$$x^2 + 4^2 = 5^2$$

$$x^2 + 16 = 25$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ m}$$

Der Leiterfuß muss 3 m von der Wand entfernt sein.

Aufgabe 3: Berechnung der Diagonalen:

Das Rechteck bildet mit seinen Seiten und der Diagonalen ein rechtwinkliges Dreieck.

a = 120 m, b = 160 m, c = Diagonale

Anwendung des Satzes des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$$120^2 + 160^2 = c^2$$

$$14400 + 25600 = c^2$$

$$40000 = c^2$$

$$c = 200 \text{ m}$$

Die Diagonale ist 200 m lang.

Wegersparnis:

- Weg entlang der Seiten: $120 + 160 = 280 \text{ m}$

- Diagonaler Weg: 200 m

- Ersparnis: $280 - 200 = 80 \text{ m}$

Man spart sich 80 m, wenn man diagonal geht.

Aufgabe 4: Die Höhe eines gleichschenkligen Dreiecks teilt die Basis in zwei gleiche Teile und steht senkrecht auf ihr. Es entstehen zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke.

In einem dieser Dreiecke:

- Hypotenuse (Schenkel) = 13 cm
- Eine Kathete (halbe Basis) = $10 \div 2 = 5$ cm
- Andere Kathete (Höhe) = h

Anwendung des Satzes des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$$5^2 + h^2 = 13^2$$

$$25 + h^2 = 169$$

$$h^2 = 144$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

Die Höhe des Dreiecks beträgt 12 cm.

Flächeninhalt:

$$A = (1/2) \times \text{Basis} \times \text{Höhe}$$

$$A = (1/2) \times 10 \times 12$$

$$A = 60 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 5: Schritt 1: Berechnung der Grundflächendiagonale (d_Grund)

Die Grundfläche ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6 m und 8 m.

$$6^2 + 8^2 = d_{\text{Grund}}^2$$

$$36 + 64 = d_{\text{Grund}}^2$$

$$100 = d_{\text{Grund}}^2$$

$$d_{\text{Grund}} = 10 \text{ m}$$

Schritt 2: Berechnung der Raumdiagonalen (d_Raum)

Die Raumdiagonale bildet mit der Grundflächendiagonale und der Höhe ein rechtwinkliges Dreieck:

$$\text{- Eine Kathete} = d_{\text{Grund}} = 10 \text{ m}$$

$$\text{- Andere Kathete} = \text{Höhe} = 5 \text{ m}$$

$$\text{- Hypotenuse} = d_{\text{Raum}}$$

$$10^2 + 5^2 = d_{\text{Raum}}^2$$

$$100 + 25 = d_{\text{Raum}}^2$$

$$125 = d_{\text{Raum}}^2$$

$$d_{\text{Raum}} = \sqrt{125} = \sqrt{(25 \times 5)} = 5\sqrt{5} \approx 11,18 \text{ m}$$

Die Raumdiagonale des Quaders ist etwa 11,18 m lang (oder exakt $5\sqrt{5}$ m).

Aufgabe 6: Ja, weil $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$. Die Umkehrung des Satzes des Pythagoras bestätigt, dass das Dreieck rechtwinklig ist.

Aufgabe 7: Die Höhe eines gleichschenkligen Dreiecks teilt die Basis in zwei gleiche Teile und steht senkrecht auf ihr.

In einem der entstehenden rechtwinkligen Dreiecke:

- Hypotenuse (Dachkante/Schenkel) = 8 m
- Eine Kathete (halbe Basis) = $12 \div 2 = 6$ m
- Andere Kathete (Höhe) = h

Anwendung des Satzes des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$$6^2 + h^2 = 8^2$$

$$36 + h^2 = 64$$

$$h^2 = 28$$

$$h = \sqrt{28} = \sqrt{(4 \times 7)} = 2\sqrt{7} \approx 5,29 \text{ m}$$

Die Höhe des Giebels beträgt etwa 5,29 m.

Flächeninhalt der Giebelfläche:

$$A = (1/2) \times \text{Basis} \times \text{Höhe}$$

$$A = (1/2) \times 12 \times 2\sqrt{7}$$

$$A = 12\sqrt{7} \approx 31,75 \text{ m}^2$$

Die Giebelfläche hat einen Flächeninhalt von etwa 31,75 m².

Aufgabe 8: Der Satz des Pythagoras gilt nur für rechtwinklige Dreiecke. → **richtig**

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse immer die längste Seite. → **richtig**

Wenn $a^2 + b^2 \neq c^2$ ist, dann ist das Dreieck mit den Seitenlängen a, b und c rechtwinklig. → **falsch**

Die Diagonale eines Quadrats mit Seitenlänge 5 cm beträgt genau $5\sqrt{2}$ cm. → **richtig**

Aufgabe 9: Berechnung der Diagonalen:

$$a = 100 \text{ m}, b = 64 \text{ m}, c = \text{Diagonale}$$

Anwendung des Satzes des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$$100^2 + 64^2 = c^2$$

$$10000 + 4096 = c^2$$

$$14096 = c^2$$

$$c = \sqrt{14096} \approx 118,73 \text{ m}$$

Wegersparnis:

- Weg entlang der Linien: $100 + 64 = 164$ m
- Diagonaler Weg: 118,73 m
- Ersparnis: $164 - 118,73 = 45,27$ m

Der Spieler spart sich etwa 45,27 m.

Aufgabe 10: Überprüfung mit der Umkehrung des Satzes des Pythagoras:

Wenn $a^2 + b^2 = c^2$ erfüllt ist, dann ist das Dreieck rechtwinklig.

Die längste Seite (15 cm) ist potenziell die Hypotenuse.

Überprüfung: $9^2 + 12^2 = 15^2$?

$$81 + 144 = 225?$$

$$225 = 225 \checkmark$$

Ja, das Dreieck ist rechtwinklig. Die Seite $c = 15$ cm ist die Hypotenuse, da sie der Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ entspricht. Die Katheten sind $a = 9$ cm und $b = 12$ cm. Dieses ist ein sogenanntes pythagoreisches Tripel (3-4-5-Tripel, vergrößert um den Faktor 3).

Aufgabe 11: Situation 1: Abstand 2 m, Höhe $\approx 9,80$ m (gegeben)

Überprüfung: $2^2 + 9,80^2 = 4 + 96,04 = 100,04 \approx 100 = 10^2 \checkmark$

Situation 2: Abstand 1,5 m, Höhe = h

Anwendung des Satzes des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$$1,5^2 + h^2 = 10^2$$

$$2,25 + h^2 = 100$$

$$h^2 = 97,75$$

$$h = \sqrt{97,75} \approx 9,89 \text{ m}$$

Höhenunterschied:

$$9,89 - 9,80 = 0,09 \text{ m}$$

Die Leiter steigt um etwa 0,09 m (oder 9 cm) an der Wand hinauf, wenn sie um 0,5 m näher an die Wand herangerückt wird.



Dieses Blatt für deine Klasse anpassen

Leichter, schwerer, andere Aufgaben oder passend zum Lehrplan deines Bundeslands —
kostenlos in Lehreule.

lehreule.de/arbeitsblatt/satz-des-pythagoras-anwendungsaufgaben-klasse-10