Satz des Pythagoras – Seitenlängen berechnen (leichte Fassung)

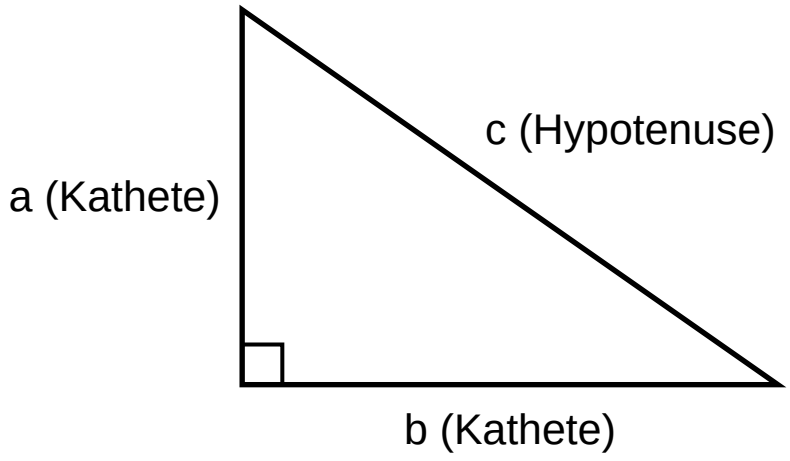
Mathematik, Klasse 9 – Rechtwinklige Dreiecke, Schritt für Schritt

Wichtige Wörter:
• Rechtwinkliges Dreieck = ein Dreieck mit einem 90°-Winkel (rechter Winkel, erkennbar am kleinen Quadrat).
• Hypotenuse (c) = die längste Seite. Sie liegt genau gegenüber dem rechten Winkel.
• Katheten (a und b) = die zwei kürzeren Seiten. Sie bilden den rechten Winkel.

Die Formel heißt: $a^2 + b^2 = c^2$

So gehst du vor:
1. Schreibe die Formel auf.
2. Setze die bekannten Zahlen ein.
3. Rechne die Quadrate aus (Zahl mal Zahl).
4. Löse nach der gesuchten Seite auf.
5. Ziehe am Ende die Wurzel.

Merke: Willst du die Hypotenuse c berechnen, addierst du. Willst du eine Kathete (a oder b) berechnen, musst du subtrahieren!



Grundfigur: rechtwinkliges Dreieck mit Katheten a, b und Hypotenuse c (rechter Winkel markiert)

1 In einem rechtwinkligen Dreieck liegt die _____ gegenüber dem rechten Winkel. Die zwei kürzeren Seiten heißen _____. Die Formel lautet $a^2 + b^2 =$ _____ .

2 Lies jede Aussage genau. Kreuze an: richtig oder falsch.

	richtig	falsch
Der Satz des Pythagoras funktioniert nur bei einem rechtwinkligen Dreieck.	☐	☐
In jedem Dreieck (auch ohne rechten Winkel) heißt die längste Seite Hypotenuse.	☐	☐
Die Hypotenuse liegt immer gegenüber dem rechten Winkel.	☐	☐
Bei den Katheten 6 cm und 8 cm ist die Hypotenuse 10 cm lang.	☐	☐
Um eine Kathete zu berechnen, addiert man die Quadrate der beiden bekannten Seiten.	☐	☐

3 Gelöstes Beispiel: a = 3 cm, b = 4 cm → c = ?

$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 4^2 = c^2$

$9 + 16 = c^2$

$25 = c^2$

$c = \sqrt{25} = 5$ cm

Tipp: Suchst du c, dann addiere ($a^2 + b^2$). Suchst du a oder b, dann subtrahiere (c^2 − andere Kathete^2).

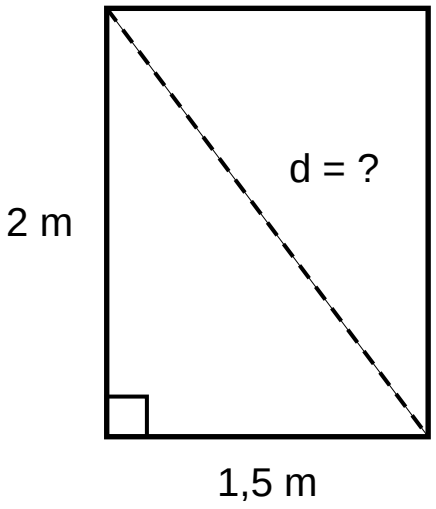
Jetzt bist du dran! Berechne die gesuchte Seite. Schreibe das Ergebnis mit Einheit auf.

a) a = 9 cm, b = 12 cm → c = _____

b) a = 8 cm, b = 15 cm → c = _____

c) a = 7 cm, c = 25 cm → b = _____

d) b = 5 cm, c = 13 cm → a = _____



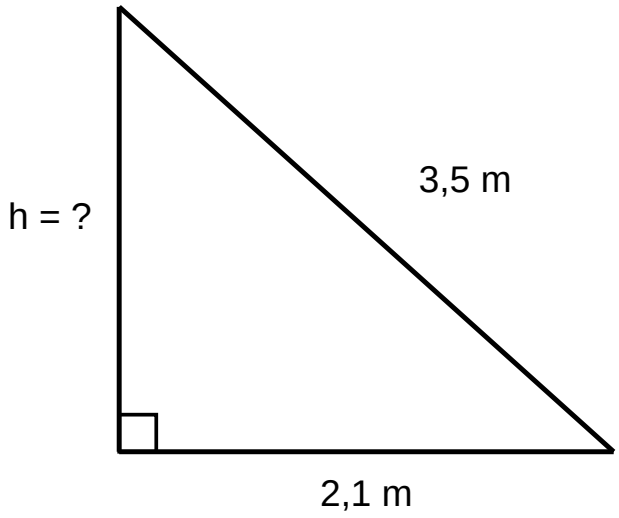
Türrahmen mit Höhe 2 m und Breite 1,5 m; die gestrichelte Linie zeigt die gesuchte Diagonale d

Diagonale = eine Linie quer durch ein Rechteck, von einer Ecke zur gegenüberliegenden Ecke. Hier bildet die Diagonale die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks. Höhe und Breite der Tür sind die zwei Katheten.

4 Ein Türrahmen ist 2 m hoch und 1,5 m breit (siehe Abbildung). Ein Handwerker will ein 3 m langes Brett schräg (diagonal) durch die Tür schieben.

Schritt 1: Welche Seite ist hier die Hypotenuse? Welche sind die Katheten?
Schritt 2: Berechne die Diagonale d mit der Formel.
Schritt 3: Vergleiche d mit 3 m. Passt das Brett durch die Tür? Schreibe einen Satz mit Begründung.

Formulierungshilfe: 'Die Diagonale ist ___ m lang. Das Brett ist 3 m lang. Da 3 m ___ (größer/kleiner) als ___ m ist, passt das Brett ___ (nicht/schon) durch die Tür.'



Leiter an einer Hauswand: Bodenabstand 2,1 m, Leiterlänge 3,5 m, gesuchte Höhe h

Hier ist die Leiter die Hypotenuse c (3,5 m), weil sie schräg verläuft. Der Bodenabstand (2,1 m) ist eine Kathete. Die gesuchte Höhe h an der Wand ist die zweite Kathete. Achtung: Hier musst du subtrahieren, nicht addieren, weil du eine Kathete suchst!

5 Eine Leiter lehnt an einer Hauswand. Der Fuß der Leiter steht 2,1 m von der Wand entfernt. Die Leiter ist 3,5 m lang.

Schritt 1: Schreibe die Formel um, damit h alleine steht: $h = \sqrt{(c^2 - a^2)}$
Schritt 2: Setze die Zahlen ein und rechne.
Schritt 3: Gib das Ergebnis mit Einheit an.

Tipp: Rechne zuerst $3{,}5^2$ und $2{,}1^2$ einzeln aus, dann subtrahiere.

Erklärung: Ein Quader (z.B. ein Schuhkarton) hat Länge, Breite und Höhe. Die Raumdiagonale d geht von einer unteren Ecke schräg zur gegenüberliegenden oberen Ecke. Weil das in 3D ist, brauchst du ZWEI Rechnungen:

Schritt A: Berechne zuerst die Diagonale e des Bodens (nur Länge und Breite, wie ein flaches Rechteck).
Schritt B: Nutze e als neue Kathete, zusammen mit der Höhe, um d zu berechnen.

6 Ein Schuhkarton hat die Kantenlängen 30 cm (Länge), 15 cm (Breite) und 10 cm (Höhe). Berechne die Raumdiagonale d in zwei Schritten.

Schritt 1: Berechne die Diagonale e des Bodens.

$e = \sqrt{(30^2 + 15^2)} = ?$

Schritt 2: Nutze e und die Höhe (10 cm), um d zu berechnen.

$d = \sqrt{(e^2 + 10^2)} = ?$

Tipp: Runde e erst am Ende, rechne mit den genauen Zwischenwerten weiter, wenn möglich.

Lösungen

Satz des Pythagoras – Seitenlängen berechnen (leichte Fassung) · Mathematik · Klasse 9

Für dich als Lehrkraft: leichtere Fassung in einer Minute

QR scannen oder lehreule.de/anpassen/satz-des-pythagoras-klasse-9 öffnen: kostenloses Konto, dann schreibt Lehreule die leichtere Fassung mit Hilfen — oder Zusatzaufgaben für Schnelle, eine Word-Datei, einen QR-Code für die Klasse.

Aufgabe 1: Hypotenuse, Katheten, c^2

Aufgabe 2: Der Satz des Pythagoras funktioniert nur bei einem rechtwinkligen Dreieck. → **richtig**
In jedem Dreieck (auch ohne rechten Winkel) heißt die längste Seite Hypotenuse. → **falsch**
Die Hypotenuse liegt immer gegenüber dem rechten Winkel. → **richtig**
Bei den Katheten 6 cm und 8 cm ist die Hypotenuse 10 cm lang. → **richtig**
Um eine Kathete zu berechnen, addiert man die Quadrate der beiden bekannten Seiten. → **falsch**

Aufgabe 3: a) c = 15 cm, b) c = 17 cm, c) b = 24 cm, d) a = 12 cm

Aufgabe 4: Die Diagonale d ist die Hypotenuse. Die Höhe (2 m) und die Breite (1,5 m) sind die Katheten.
$d = \sqrt{(2^2 + 1{,}5^2)} = \sqrt{(4 + 2{,}25)} = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ m.
Die Diagonale ist 2,5 m lang. Das Brett ist 3 m lang. Da 3 m größer als 2,5 m ist, passt das Brett nicht durch die Tür.

Aufgabe 5: $h = \sqrt{(c^2 - a^2)} = \sqrt{(3{,}5^2 - 2{,}1^2)} = \sqrt{(12{,}25 - 4{,}41)} = \sqrt{7{,}84} = 2{,}8$ m. Die Leiter berührt die Wand in 2,8 m Höhe.

Aufgabe 6: Schritt 1: $e = \sqrt{(30^2 + 15^2)} = \sqrt{(900 + 225)} = \sqrt{1125} \approx 33{,}54$ cm.
Schritt 2: $d = \sqrt{(e^2 + 10^2)} = \sqrt{(1125 + 100)} = \sqrt{1225} = 35$ cm.
Die Raumdiagonale des Schuhkartons ist 35 cm lang.