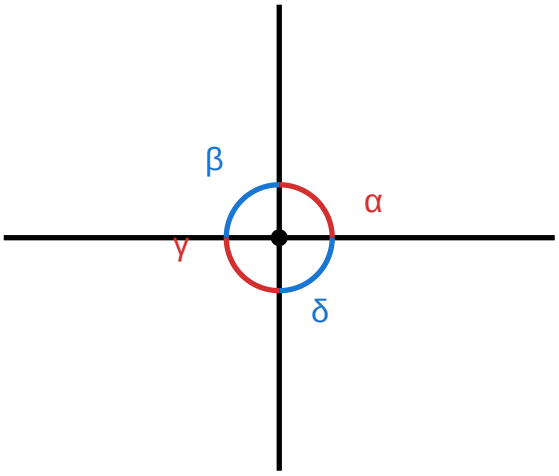
Winkel an Geradenkreuzungen und im Dreieck

Scheitel- und Nebenwinkel, Parallelen, Winkelsumme – Leichte Version

In diesem Arbeitsblatt geht es um Winkel. Hier sind wichtige Wörter erklärt:

• Scheitelwinkel = die zwei Winkel, die sich GEGENÜBER liegen (wie ein X). Sie sind IMMER gleich groß.
• Nebenwinkel = zwei Winkel, die NEBENEINANDER liegen. Zusammen ergeben sie immer 180°.
• Stufenwinkel = Winkel an der gleichen Stelle bei zwei parallelen Linien. Sie sind gleich groß.
• Wechselwinkel = Winkel auf verschiedenen Seiten bei zwei parallelen Linien. Sie sind auch gleich groß.
• Innenwinkelsumme = alle drei Winkel in einem Dreieck zusammengezählt. Das ergibt immer 180°.
• Außenwinkel = der Winkel außerhalb des Dreiecks, direkt neben einem Innenwinkel.

Nimm dir Zeit und lies dir jede Aufgabe genau durch. Benutze dein Geodreieck, wenn es hilft.



Scheitelwinkel (gegenüber): α = γ und β = δ
Nebenwinkel (nebeneinander): α + β = 180°

So sehen Scheitel- und Nebenwinkel aus

1 BEISPIEL (schon gelöst): Zwei Geraden schneiden sich. Der Winkel α beträgt 70°. Bestimme alle vier Winkel.

Lies dir die Lösung genau durch, bevor du die nächste Aufgabe löst!

Tipp zum Lösen: Suche zuerst den Scheitelwinkel (gegenüber = gleich groß). Dann rechne den Nebenwinkel aus (180° minus den bekannten Winkel).

2 Jetzt du! Zwei Geraden schneiden sich. Der Winkel α beträgt 62°. Bestimme die Größen aller vier Winkel (β, γ, δ) an der Geradenkreuzung. Schreibe zu jedem Winkel, WARUM er diese Größe hat.

Formulierungshilfe: 'Der Winkel ___ ist der Scheitelwinkel/Nebenwinkel zu ___. Deshalb ist er ___ groß.'

3 Wenn zwei Geraden sich schneiden, entstehen vier Winkel. Die sich gegenüberliegenden Winkel heißen _____ und sind _____ . Zwei nebeneinander liegende Winkel heißen _____ und ergänzen sich zu _____ .

Merke: In JEDEM Dreieck ergeben alle drei Winkel zusammen immer 180°. Das nennt man Innenwinkelsumme. Formel: α + β + γ = 180°

4 In einem Dreieck ABC sind zwei Winkel bekannt: α = 48° und β = 65°. Berechne den dritten Winkel γ.

Gehe so vor:
Schritt 1: Schreibe die Formel auf: α + β + γ = 180°
Schritt 2: Setze die bekannten Zahlen ein.
Schritt 3: Rechne γ aus.
Schritt 4: Prüfe: Ergeben alle drei Winkel zusammen 180°?

Erklärung: Stufenwinkel sind an der GLEICHEN Stelle bei zwei parallelen Linien – sie sind gleich groß.
Wechselwinkel sind auf VERSCHIEDENEN Seiten – sie sind auch gleich groß.
Beide Regeln gelten NUR, wenn die Linien parallel sind!

5 Zwei parallele Geraden werden von einer dritten Geraden (Transversale) geschnitten. Der Winkel α = 58°. Bestimme den Stufenwinkel β und den Wechselwinkel γ.

Formulierungshilfe: 'β ist der Stufenwinkel zu α. Weil die Geraden parallel sind, gilt: β = ___'

6 Warum ist die Summe zweier Innenwinkel in einem Dreieck immer kleiner als 180°?

- ☐ Weil alle drei Winkel zusammen 180° ergeben und der dritte Winkel mehr als 0° sein muss.
- ☐ Weil jedes Dreieck mindestens einen stumpfen Winkel hat.
- ☐ Weil zwei Winkel in einem Dreieck immer zusammen 90° ergeben.
- ☐ Weil Außenwinkel immer größer sind als Innenwinkel.

Außenwinkelsatz (einfach erklärt): Ein Außenwinkel liegt AUSSEN neben einem Innenwinkel. Er ist genau so groß wie die Summe der zwei Innenwinkel, die NICHT daneben liegen.

7 Der Außenwinkel eines Dreiecks beträgt 115°. Die beiden anderen (nicht anliegenden) Innenwinkel sind 42° und 73°. Prüfe, ob das stimmen kann.

Tipp: Rechne 42° + 73° und vergleiche das Ergebnis mit 115°.

8 Entscheide: Ist die Aussage wahr (richtig) oder falsch?

	richtig	falsch
Scheitelwinkel an einer Geradenkreuzung sind immer gleich groß.	☐	☐
Wechselwinkel sind gleich groß, auch wenn die Geraden NICHT parallel sind.	☐	☐
Die Summe aller drei Innenwinkel in einem Dreieck beträgt 180°.	☐	☐
Ein Außenwinkel eines Dreiecks ist immer größer als jeder der zwei nicht anliegenden Innenwinkel.	☐	☐

Diese Aufgabe ist etwas schwieriger. Lies sie in Ruhe und gehe Schritt für Schritt vor. Eine Skizze kann helfen!

Erinnerung: 'Parallel' bedeutet, zwei Linien haben überall den gleichen Abstand und schneiden sich nie.

9 Ein Dreieck ABC hat eine Gerade g, die durch den Punkt A geht und PARALLEL zur Seite BC verläuft.

Beantworte in kleinen Schritten:
1. Welcher Winkel entsteht zwischen g und der Seite AB? (Vergleiche mit dem Winkel β im Dreieck)
2. Welcher Winkel entsteht zwischen g und der Seite AC? (Vergleiche mit dem Winkel γ im Dreieck)
3. Was passiert, wenn du den Winkel α und diese zwei neuen Winkel an Punkt A zusammenzählst?
4. Was beweist das über die Innenwinkelsumme?

Lösungen

Winkel an Geradenkreuzungen und im Dreieck · Mathematik · Klasse 8

Für dich als Lehrkraft: leichtere Fassung in einer Minute

QR scannen oder lehreule.de/anpassen/winkel-an-geradenkreuzungen-klasse-8 öffnen: kostenloses Konto, dann schreibt Lehreule die leichtere Fassung mit Hilfen — oder Zusatzaufgaben für Schnelle, eine Word-Datei, einen QR-Code für die Klasse.

Aufgabe 1: Schritt 1: α = 70° (das steht schon in der Aufgabe)

Schritt 2: γ ist der Scheitelwinkel zu α (liegt gegenüber) → γ = α = 70°

Schritt 3: β ist der Nebenwinkel zu α (liegt daneben) → β = 180° − 70° = 110°

Schritt 4: δ ist der Scheitelwinkel zu β → δ = β = 110°

Ergebnis: α = 70°, β = 110°, γ = 70°, δ = 110°

Aufgabe 2: α = 62° (gegeben)

γ ist der Scheitelwinkel zu α (gegenüber). Deshalb ist γ genauso groß: γ = 62°

β ist der Nebenwinkel zu α (daneben). Deshalb gilt: β = 180° − 62° = 118°

δ ist der Scheitelwinkel zu β (gegenüber). Deshalb ist δ genauso groß: δ = 118°

Ergebnis: α = 62°, β = 118°, γ = 62°, δ = 118°

Aufgabe 3: Scheitelwinkel, gleich groß, Nebenwinkel, 180°

Aufgabe 4: Schritt 1: α + β + γ = 180°

Schritt 2: 48° + 65° + γ = 180°

Schritt 3: 113° + γ = 180°
γ = 180° − 113° = 67°

Schritt 4 (Probe): 48° + 65° + 67° = 180° ✓ Stimmt!

Aufgabe 5: Stufenwinkel β:
Stufenwinkel sind an parallelen Geraden gleich groß.
β = α = 58°

Wechselwinkel γ:
Wechselwinkel sind an parallelen Geraden auch gleich groß.
γ = α = 58°

Begründung: Weil die zwei Geraden parallel sind, sind Stufenwinkel UND Wechselwinkel immer gleich groß wie der Winkel α.

Aufgabe 6: Weil alle drei Winkel zusammen 180° ergeben und der dritte Winkel mehr als 0° sein muss.

Aufgabe 7: Regel: Außenwinkel = Summe der beiden nicht anliegenden Innenwinkel

Rechnung: 42° + 73° = 115°

Vergleich: Außenwinkel ist auch 115°

115° = 115° ✓

Die Angaben stimmen also. Es passt alles zusammen.

Aufgabe 8: Scheitelwinkel an einer Geradenkreuzung sind immer gleich groß. → **richtig**
Wechselwinkel sind gleich groß, auch wenn die Geraden NICHT parallel sind. → **falsch**
Die Summe aller drei Innenwinkel in einem Dreieck beträgt 180°. → **richtig**
Ein Außenwinkel eines Dreiecks ist immer größer als jeder der zwei nicht anliegenden Innenwinkel. → **richtig**

Aufgabe 9: 1. Der Winkel zwischen g und AB ist ein Wechselwinkel zu β (weil g parallel zu BC ist). Deshalb ist dieser Winkel genauso groß wie β.

2. Der Winkel zwischen g und AC ist ein Wechselwinkel zu γ. Deshalb ist dieser Winkel genauso groß wie γ.

3. An Punkt A liegen jetzt drei Winkel nebeneinander auf einer geraden Linie: der Winkel α des Dreiecks, der Winkel wie β, und der Winkel wie γ. Winkel auf einer geraden Linie ergeben zusammen immer 180°.

4. Das zeigt: α + β + γ = 180°. So kann man beweisen, dass die Innenwinkelsumme im Dreieck immer 180° beträgt.