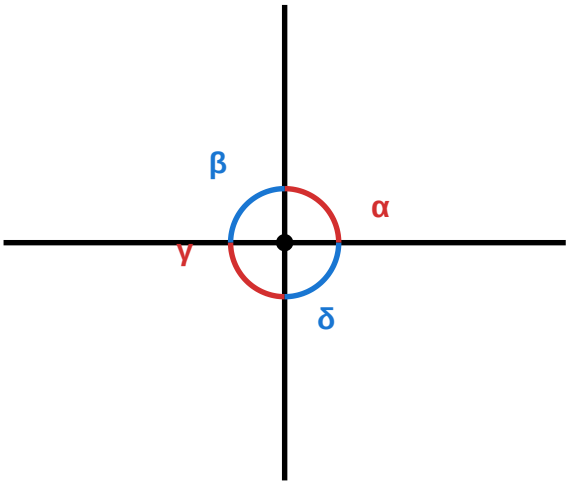
Winkel an Geradenkreuzungen und im Dreieck

Scheitel- und Nebenwinkel, Parallelen, Winkelsumme

Bearbeite die folgenden Aufgaben zu Winkeln an sich schneidenden Geraden, an Parallelen und in Dreiecken. Nutze dein Geodreieck und begründe deine Lösungen mit den gelernten Winkelsätzen.



Scheitelwinkel: α = γ und β = δ
Nebenwinkel: α + β = 180°

Winkelbeziehungen an sich schneidenden Geraden

1 Zwei Geraden schneiden sich. Der Winkel α beträgt 62°. Bestimme die Größen aller vier Winkel an der Geradenkreuzung und erkläre, welche Winkelpaare Scheitelwinkel und welche Nebenwinkel sind.

2 Wenn zwei Geraden sich schneiden, entstehen vier Winkel. Die sich gegenüberliegenden Winkel heißen _____ und sind _____. Zwei nebeneinander liegende Winkel heißen _____ und ergänzen sich zu _____.

3 In einem Dreieck ABC sind zwei Winkel bekannt: α = 48° und β = 65°. Berechne den dritten Winkel γ und überprüfe dein Ergebnis.

4 Zwei parallele Geraden werden von einer Transversalen geschnitten. Der Winkel α = 58°. Bestimme den Stufenwinkel β und den Wechselwinkel γ. Begründe deine Antworten.

5 Warum ist die Summe zweier Innenwinkel in einem Dreieck immer kleiner als 180°?

- ☐ Weil die Innenwinkelsumme 180° beträgt und der dritte Winkel größer als 0° ist.
- ☐ Weil jedes Dreieck mindestens einen stumpfen Winkel hat.
- ☐ Weil die Summe zweier Winkel in einem Dreieck immer 90° beträgt.
- ☐ Weil Außenwinkel immer größer als Innenwinkel sind.

6 Der Außenwinkel eines Dreiecks beträgt 115°. Die beiden nicht anliegenden Innenwinkel sind 42° und 73°. Überprüfe mithilfe des Außenwinkelsatzes, ob diese Angaben korrekt sind.

7 Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

	richtig	falsch
Scheitelwinkel an einer Geradenkreuzung sind immer gleich groß.	☐	☐
Wechselwinkel sind gleich groß, auch wenn die Geraden nicht parallel sind.	☐	☐
Die Summe aller Innenwinkel in einem Dreieck beträgt 180°.	☐	☐
Ein Außenwinkel eines Dreiecks ist immer größer als jeder der nicht anliegenden Innenwinkel.	☐	☐

8 Ein Dreieck ABC wird von einer Geraden g geschnitten, die parallel zur Seite BC verläuft und durch den Punkt A geht. Erkläre, welche Winkelbeziehungen zwischen den Winkeln des Dreiecks und den Winkeln entstehen, die die Gerade g mit den Seiten AB und AC bildet.

Lösungen

Winkel an Geradenkreuzungen und im Dreieck · Mathematik · Klasse 8

Für dich als Lehrkraft: leichtere Fassung in einer Minute

QR scannen oder lehreule.de/anpassen/winkel-an-geradenkreuzungen-klasse-8 öffnen: kostenloses Konto, dann schreibt Lehreule die leichtere Fassung mit Hilfen — oder Zusatzaufgaben für Schnelle, eine Word-Datei, einen QR-Code für die Klasse.

Aufgabe 1: α = 62° (gegeben)
γ = 62° (Scheitelwinkel zu α, daher gleich groß)
β = 180° − 62° = 118° (Nebenwinkel zu α, ergänzen sich zu 180°)
δ = 118° (Scheitelwinkel zu β, daher gleich groß)

Scheitelwinkel sind die sich gegenüberliegenden Winkel: α und γ, β und δ. Sie sind gleich groß.
Nebenwinkel sind benachbarte Winkel: α und β, β und γ, γ und δ, δ und α. Sie ergänzen sich zu 180°.

Aufgabe 2: Scheitelwinkel, gleich groß, Nebenwinkel, 180°

Aufgabe 3: Die Innenwinkelsumme im Dreieck beträgt 180°.
α + β + γ = 180°
48° + 65° + γ = 180°
113° + γ = 180°
γ = 180° − 113° = 67°

Überprüfung: 48° + 65° + 67° = 180° ✓

Aufgabe 4: Stufenwinkel β:
Stufenwinkel (auch entsprechende Winkel genannt) an parallelen Geraden sind gleich groß.
β = α = 58°

Wechselwinkel γ:
Der Wechselwinkel liegt auf der anderen Seite der Transversalen und auf der anderen Parallelen.
Wechselwinkel an parallelen Geraden sind gleich groß.
γ = α = 58°

Begründung: Wenn zwei Geraden parallel sind und von einer Transversalen geschnitten werden, entstehen gleiche Winkelbeziehungen. Stufenwinkel und Wechselwinkel sind beide 58°.

Aufgabe 5: Weil die Innenwinkelsumme 180° beträgt und der dritte Winkel größer als 0° ist.

Aufgabe 6: Der Außenwinkelsatz besagt: Ein Außenwinkel eines Dreiecks ist gleich der Summe der beiden nicht anliegenden Innenwinkel.

Überprüfung:
Summe der nicht anliegenden Innenwinkel: 42° + 73° = 115°
Außenwinkel: 115° (gegeben)

115° = 115° ✓

Die Angaben sind korrekt. Der Außenwinkel von 115° entspricht genau der Summe der beiden nicht anliegenden Innenwinkel.

Aufgabe 7: Scheitelwinkel an einer Geradenkreuzung sind immer gleich groß. → **richtig**
Wechselwinkel sind gleich groß, auch wenn die Geraden nicht parallel sind. → **falsch**
Die Summe aller Innenwinkel in einem Dreieck beträgt 180°. → **richtig**
Ein Außenwinkel eines Dreiecks ist immer größer als jeder der nicht anliegenden Innenwinkel. → **richtig**

Aufgabe 8: Wenn eine Gerade g durch Punkt A parallel zu Seite BC verläuft, entstehen folgende Winkelbeziehungen:

1. Die Gerade g schneidet die Seite AB (oder ihre Verlängerung). Der Winkel zwischen g und AB ist ein Wechselwinkel zum Winkel β (Winkel ABC). Daher: Dieser Winkel = β.

2. Die Gerade g schneidet die Seite AC (oder ihre Verlängerung). Der Winkel zwischen g und AC ist ein Wechselwinkel zum Winkel γ (Winkel ACB). Daher: Dieser Winkel = γ.

3. Am Punkt A liegen drei Winkel: der Winkel α des Dreiecks und die beiden Winkel, die g mit AB und AC bildet. Diese drei Winkel liegen auf einer Geraden und ergänzen sich zu 180°.

4. Dies beweist die Innenwinkelsumme: α + β + γ = 180°.

Diese Konstruktion zeigt geometrisch, warum die Innenwinkelsumme eines Dreiecks 180° beträgt.